



Congresso Nazionale - Gioia del Colle (Ba), 29-31 ottobre 2015

I 120 anni della Mathesis. La storia dell'insegnamento - apprendimento della Matematica. La situazione attuale

Progetto per il miglioramento degli apprendimenti della Matematica

Alessio Russo

Seconda Università di Napoli

Decreto Dirigenziale n. 765 del 3/10/2014
(Regione Campania): Piano di Azione Coesione III
Riprogrammazione. Linea II. Invito rivolto alle
Università campane per la presentazione di
Progetti di Ricerca-Azione nell'ambito della
valutazione degli apprendimenti degli studenti
campani in literacy e numeracy.

Uno dei due Progetti finanziati alla **Seconda
Università di Napoli** (da realizzare col supporto del
Dipartimento di Matematica e Fisica) ha per titolo:

**Learning and understanding capabilities:
improving your numeracy**

Attraverso una metodologia che, accanto alla professionalità dei docenti della Scuola, veda impegnati docenti e ricercatori dell'Università ed esperti del settore, il progetto si propone principalmente il potenziamento delle attività didattiche con particolare riferimento ai risultati di apprendimento in numeracy oggetto di misurazione delle prove OCSE-PISA.

Il progetto coinvolgerà 5 Scuole Secondarie Superiori e prevede, tra altre attività, la realizzazione di laboratori rivolti ai ragazzi 20 classi (4 per Istituto).

Cosa s'intende per Competenza Matematica (Mathematical Literacy)? Secondo PISA 2012 ...

«La *competenza matematica* è la capacità di un individuo di

- *formulare*
- *utilizzare*
- *interpretare*

la matematica in svariati contesti.

Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni.

Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo .>>

Dunque, una persona che ha competenze di matematica dovrebbe conoscere le grandi potenzialità che essa offre ed essere in grado di usarle in molteplici situazioni che gli si presentano nella vita quotidiana e professionale. Le precedenti parole sembrano esprimere l'importanza e la centralità che viene data alla matematica nei processi cardine della società moderna.

La rilevazione della literacy matematica si esprime nel **contesto** di una sfida o di un **problema** che trae origine nel **mondo reale** prendendo in considerazione le seguenti situazioni, più o meno vicine agli studenti:

- **personale;**
- **scolastica;**
- **sociale;**
- **professionale;**
- **scientifica.**

Le aree di contenuto matematico che vengono utilizzate per lo sviluppo delle prove fanno riferimento ai temi principali di un *curriculum scolastico* (?). Esse sono:

- **Quantità**
- **Spazio e forma**
- **Cambiamento e relazioni**
- **Incertezza e dati**

La risoluzione di un problema contestualizzato si esplicita sulla base di tre dimensioni:

➤ **Concetti, conoscenze e abilità matematiche;**

➤ **Capacità matematiche fondamentali;**

(comunicazione, rappresentazione, strategie di soluzione, matematizzazione, ragionamento e argomentazione, uso di linguaggio e operazioni simboliche, formali e tecniche, uso di strumenti matematici);

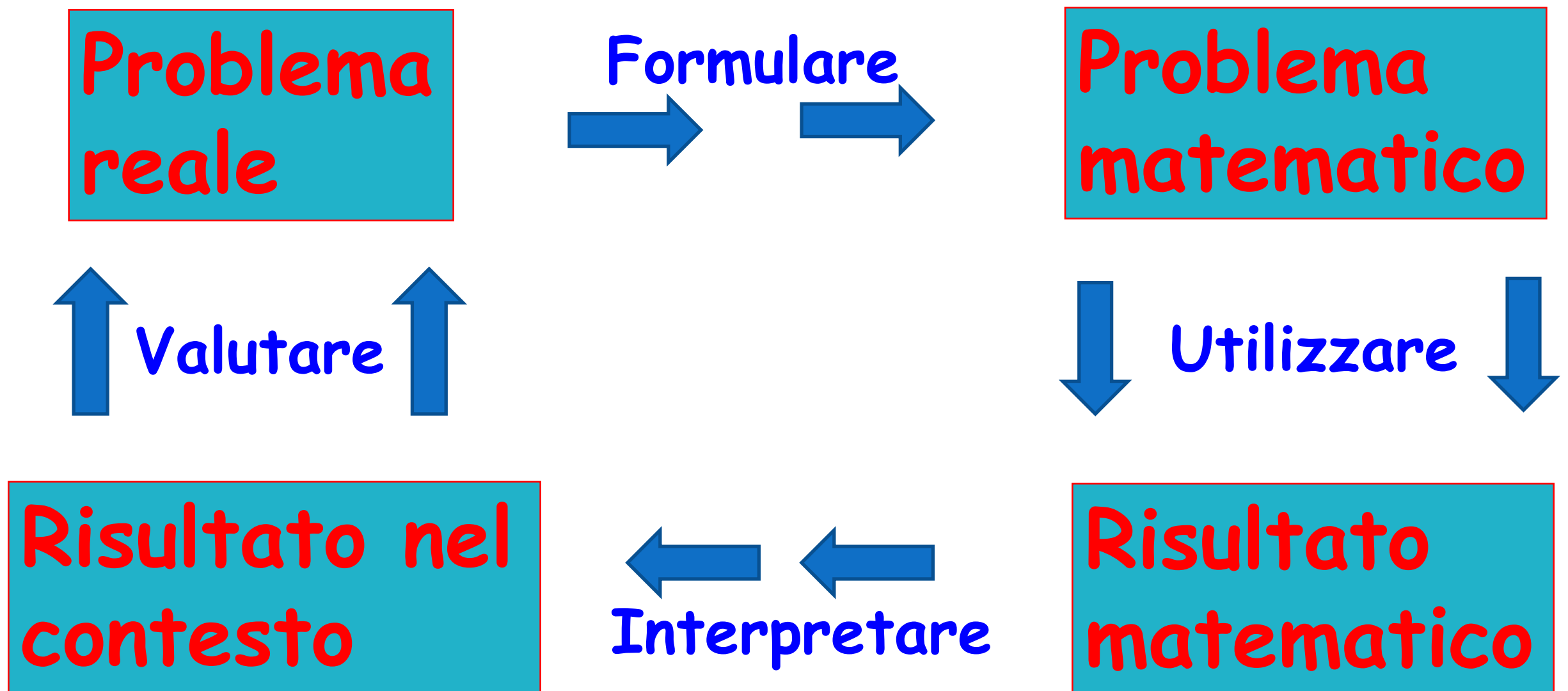
➤ **Processi: formulare, utilizzare, interpretare/validare.**

➤ **Formulare** - capire quali sono le situazioni in cui usare la matematica; rendersi conto del fatto che è possibile applicare la matematica per comprendere e risolvere un determinato problema.

➤ **Utilizzare** - essere in grado di effettuare calcoli e manipolazioni applicando concetti noti per arrivare ad una soluzione del problema formulato matematicamente.

➤ **Interpretare/validare** - riflettere sulle soluzioni o risultati matematici ottenuti nel contesto del problema proposto. Valutare la ragionevolezza e la coerenza dei risultati ottenuti.

Ciclo della Modellizzazione



Rapporto relativo all'indagine OCSE-PISA 2012 (Matematica)

Ricordiamo che PISA (*Programme for International Student Assessment*) è un'indagine internazionale promossa dall'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE) con cadenza triennale volta ad accertare le **competenze** principali possedute dagli **studenti quindicenni**. L'obiettivo non è tanto quello di sondare particolari contenuti curriculari, quanto di verificare la capacità degli studenti di utilizzare **competenze acquisite durante gli anni di scuola per affrontare e risolvere problemi e compiti che si incontrano nella vita**. Gli ambiti dell'indagine PISA sono **lettura** (comprensione del testo), **matematica**, **scienze** e (dal 2012) **problem solving**. Ogni ciclo dell'indagine rileva le competenze in tutti gli ambiti ma ne approfondisce uno in particolare. Nel sesto ciclo (PISA 2015) l'ambito principale saranno nuovamente le scienze e la somministrazione sarà del tutto informatizzata.

Come si legge nella sintesi dell'INVALSI del rapporto OCSE-PISA 2012

“Il differenziale negativo evidenziato dagli studenti italiani è marcato in particolare nella sottoscala formulare, *che prevede l'identificazione delle opportunità di applicare e usare la matematica* (vale a dire rendersi conto del fatto che è possibile applicare la matematica per comprendere o risolvere un particolare problema o sfida) e nella sottoscala relativa a cambiamento e relazioni, *che misura la comprensione delle tipologie fondamentali del cambiamento* (all'interno di sistemi di oggetti correlati o in circostanze nelle quali gli elementi si influenzano a vicenda) *e la capacità di riconoscerle* quando si manifestano per poter utilizzare modelli matematici adeguati a descrivere e predire il cambiamento.”

Qualche ulteriore dato

- ❑ Le performance dei quindicenni italiani in Matematica (sebbene in miglioramento rispetto alle rilevazioni del 2006 e del 2009) è **al di sotto della media OCSE**.
- ❑ Il punteggio ottenuto è **485** (media OCSE: 494).
- ❑ Fra i 65 paesi partecipanti all'indagine l'Italia si classifica al **32° posto**.
- ❑ L'Italia presenta una **performance peggiore per le ragazze rispetto ai ragazzi** (476 a fronte di 494), con un divario che è più ampio di quello registrato nella media dei paesi OCSE.
- ❑ Si sono registrati ampi divari territoriali: nel Mezzogiorno i risultati sono peggiori (con picchi negativi in Sicilia, Calabria, Campania (**453**) e Sardegna, meglio in Puglia)

- Il Centro è sulla media nazionale (tranne il Lazio al di sotto).
- Il Nord Est e il Nord Ovest sopra la media nazionale con punte nella provincia autonoma di Trento (524, 4° posto paesi OCSE), nel Friuli Venezia Giulia e in Lombardia superiori alla media OCSE).
- Nel Mezzogiorno si concentrano gli studenti "poveri di conoscenze", definiti come quelli che non superano il primo livello di competenze (in una scala a 6 livelli): per la Matematica sono in tale condizione il 34 per cento del totale degli studenti di quell'area, che sono perciò in grado di rispondere solo a domande che riguardino contesti familiari e nelle quali siano esplicitate tutte le informazioni da adoperare. La media italiana è del 25%, quella OCSE del 22%.

Architettura complessiva del Progetto

Obiettivi specifici

- Miglioramento delle performance degli studenti nei test PISA-OCSE;
- Miglioramento delle performance degli studenti nelle prove INVALSI;
- Innalzamento delle competenze nell'ambito della numeracy;
- Costruzione di un patrimonio metodologico nelle scuole impegnate, che possa essere ulteriormente implementato e che abbia un effetto virtuoso nella Scuola nel suo insieme.

Fasi del progetto

❖ **Preparazione** Costruzione del gruppo di lavoro e realizzazione delle metodologie comuni per un intervento efficace: ricerca, progettazione, selezione ed elaborazione di materiali con il contributo di docenti referenti individuati nelle Istituzioni Scolastiche;

❖ **Realizzazione** Attivazione di un corso di formazione per i docenti referenti delle 5 Scuole della durata di 20 ore. I docenti formati porteranno le metodologie acquisite nelle loro scuole agli altri docenti e quindi agli alunni. Tutta questa fase sarà realizzata col contributo di docenti universitari, codocenti e tutor di Scuola.

❖ **Diffusione dei risultati** Monitoraggio e valutazione degli interventi didattico formativi. Il monitoraggio si avvarrà di una interazione costante fra i referenti di progetto e il gruppo nel suo complesso. Attraverso una piattaforma informatica dedicata al termine di ogni fase ci sarà una verifica della coerenza fra azioni implementate, obiettivi attesi ed obiettivi raggiunti.

Cosa si sta facendo attualmente?

- ✓ Analisi delle prove OCSE-PISA (2003 e 2012)
 1. Comprendere la **tecnica** con cui sono predisposti i vari quesiti e le modalità con cui viene effettuata la **correzione** e la successiva **valutazione**;
 2. Esplicitare, per ciascuno dei quesiti le **categorie di contenuto e di contesto**, le **competenze** e le **capacità** richieste.
 3. Riflettere sulle **criticità** e i **punti di forza** relativi al modo in cui il quesito è posto agli alunni.

✓ Analisi dei risultati conseguiti dagli studenti

1. Confrontare i **risultati** conseguiti dagli studenti italiani con quelli dei loro coetanei di altri paesi.
2. Dall'analisi delle risposte non date o errate, evidenziare in quali **"categorie di contenuto"** gli studenti incontrano maggiori **difficoltà** ed interrogarsi sul "perché" alcune categorie risultano più ostiche da padroneggiare.
3. Riflettere sul **"modo di fare matematica"** nelle scuole (Indicazioni Nazionali e Linee Guide).

Un esempio di item (PISA 2012)

PIZZE - Una pizzeria prepara due pizze dello stesso spessore, ma di dimensioni diverse. La più piccola ha un diametro di 30 cm e costa 30 zed. La più grande ha un diametro di 40 cm e costa 40 zed. Quale pizza è più conveniente? Come sei arrivato(a) alla risposta?

✓ **Contesto** - personale/sociale

✓ **Aree di contenuto** - Spazio e Forma

(le pizze hanno la forma di piccoli cilindri aventi la stessa altezza), Quantità (necessità di confrontare la quantità di pizza con l'importo in denaro), ma *soprattutto* Cambiamento e relazioni (l'area del cerchio varia in proporzione quadrato del raggio, la variazione del prezzo è lineare, e quindi occorre mettere in relazione i due cambiamenti).

✓ **Processi** - Principalmente Formulare (per la determinazione del modello matematico lo studente deve comprendere che, essendo lo spessore lo stesso, l'analisi va concentrata sulla superficie circolare delle pizze, non sul volume o il peso. La relazione tra quantità di pizza e costo viene spostata al costo per unità di superficie).

Anche i processi di Utilizzare ed Interpretare sono presenti, sia pure in maniera meno forte rispetto al Formulare.

Capacità - La comunicazione in entrata appare limitata visto che il testo del problema è abbastanza chiaro. Maggiori difficoltà si presentano nella descrizione della soluzione. La necessità di matematizzare la situazione reale proposta è centrale in questo problema. Così appare essenziale anche la capacità di ragionamento (decidere che lo spessore come indicazione può essere ignorata etc.). Infine, sapere utilizzare il linguaggio simbolico appare indispensabile nel quesito.

Soluzione - Nella fase di formulazione è essenziale osservare che, essendo gli spessori uguali, è sufficiente confrontare le aree.

- Area della pizza piccola = $\pi r^2 = 706,5 \text{ cm}^2$ (si è posto $\pi = 3,14$)
- Area della pizza grande = 1256 cm^2
- Prezzo al cm^2 della pizza piccola = $30 \text{ zed} / 706,5 \text{ cm}^2 = 0,04 \text{ zed} / \text{cm}^2$
- Prezzo al cm^2 della pizza grande = $40 \text{ zed} / 1256 \text{ cm}^2 = 0,03 \text{ zed} / \text{cm}^2$

Pertanto la pizza più grande è quella che conviene di più.

Alcune criticità dei Test OCSE-PISA

- **Studi recenti a livello internazionale:** Nel maggio dell'anno scorso 83 accademici e ricercatori di tutto il mondo hanno firmato e inviato al direttore **Andreas Schleicher** una lettera che mette in discussione la validità conoscitiva e pedagogica del test.
- **Superamento del Modello di Rasch** (cfr. [George Rasch, *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*, Copenhagen: Danish Institute for Educational Research, 1960]): è lo strumento matematico-statistico attualmente utilizzato per l'analisi dei test standardizzati.

Il modello di Rasch è stato costruito *armonizzando* l'**abilità** dello studente nella risoluzione dell'item ed il grado di **difficoltà** dell'item stesso. Molti studi sottolineano l'inadeguatezza del metodo e la sua troppa semplificazione.

➤ I test OCSE/PISA sono l'effetto delle politiche economiche europee volte alla determinazione di modelli educativi monodimensionali. Nel rapporto intitolato *"Educazione e competenza in Europa"* pubblicato alla fine del 1989 dall'ERT, la *Tavola Rotonda Europea degli industriali*, si sottolinea *"l'importanza strategica vitale della formazione e dell'educazione per la competitività europea"* per *"un rinnovamento accelerato dei sistemi d'insegnamento e dei loro programmi"*.

In particolare, si legge che *"l'industria non ha che un'influenza molto debole sui programmi impartiti"*, e che gli insegnanti hanno *"una comprensione insufficiente dell'ambiente economico, degli affari e della nozione di profitto"*, che *"non comprendono i bisogni dell'industria"* (ERT 1989).

In un successivo documento si *"suggerisce"* di *"moltiplicare i partenariati tra le scuole e le imprese"*, si invitano gli industriali a *"prender parte attiva allo sforzo educativo"* e si chiede ai responsabili politici *"di coinvolgere le industrie nelle discussioni concernenti l'educazione"* (ERT 1995).

Questa tendenza economicistica dei sistemi educativi ha subito un ulteriore impulso nel 1992 nel Trattato di Maastricht dove all'articolo 192 si accordano per la prima volta alla Commissione Europea (CE) competenze relative all'insegnamento ratificate poi nel summit di Lisbona del 2000 ed in successivi documenti. Ad esempio, la CE pubblica, a fine gennaio 2001, il testo strategico "I futuri obiettivi concreti dei sistemi di educazione", in cui si propone come obiettivo principale per l'Europa quello di *"diventare l'economia della conoscenza più competitiva e dinamica del mondo, capace di una crescita economica duratura attraverso la diversificazione, la flessibilità e la deregolamentazione dei sistemi di istruzione e formazione"*.

Le conoscenze matematiche dovrebbero essere fatte di **saperi** e non di **prescrizioni**, poiché oggi più che in passato le conoscenze scientifiche e tecnologiche progrediscono rapidamente ed il rischio di obsolescenza è elevato.

È forse più opportuno "**sapere cosa e perché**" in luogo soltanto di "**saper come**". È necessario avere cioè un atteggiamento critico, razionale ed una capacità di autoaggiornarsi.

"La decisione relativa al taglio da dare ad un percorso didattico dovrebbe essere sempre sorretta dalla convinzione che

- ❖ le nozioni devono precedere e giustificare gli algoritmi;*
- ❖ il pensare deve dominare e determinare il fare;*
- ❖ l'autonomia mentale come scopo pedagogico è di gran lunga superiore all'apprendimento delle capacità esecutive, anche se perfette."*

(H. Laue)

L'insegnamento e l'apprendimento della matematica non deve avere come unico obiettivo il raggiungimento di competenze di carattere puramente strumentale. Questo perché, come è documentato storicamente, *la conoscenza se ha come unico fine l'utile non va molto lontano*; e questo vale in modo ancora più forte per la matematica.

*La vera essenza della matematica è
nella sua libertà (G. Cantor)*

La matematica o è bella o non è (G. Hardy)

*Siate disinteressati della superflua astrazione e ricchi di
brillante eleganza (G. Frattini)*

«Penso che la matematica non serva tanto all'ingegnere, al fisico, all'economista come strumento per risolvere determinati problemi, ma serva piuttosto come quadro ideale fuori del quale non sarebbe nemmeno possibile impostare molte questioni di ingegneria, fisica, economia, ecc. Così non credo che Keplero avrebbe potuto affermare che le orbite dei pianeti sono ellissi, di cui il sole occupa uno dei fuochi, se molti secoli prima di lui i matematici greci (in particolare Apollonio) non avessero elaborato una raffinata teoria delle coniche... » (E. De Giorgi).

